

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I»
(ФГБОУ ВО ПГУПС)

**Программа вступительного испытания по математике для поступающих на
обучение по программам бакалавриата и специалитета**

Основные понятия

Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа (**N**). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

Признаки делимости на 2,3,5,9,10. Целые числа (**Z**). Рациональные числа, их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа (**R**), их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл и свойства. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства. Основное логарифмическое тождество.

Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функций.

График функции. Периодичность, четность, нечетность.

Определение и основные свойства функций: линейной $y = kx + b$,

квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$), обратной пропорциональности

$y = k/x$, арифметического корня $y = \sqrt{x}$, показательной $y = a^x$, $a > 0$, логарифмической $y = \log_a x$, $a > 0$, тригонометрических $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$.

Уравнения. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.

Системы уравнений и неравенств. Решение систем.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

Тригонометрия

Формулы приведения. Соотношение между тригонометрическими функциями одного аргумента. Тригонометрические уравнения.

Теорема синусов. Теорема косинусов.

Геометрия.

Прямая, луч, отрезок, ломаная. Длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые. Признаки параллельности 2-х прямых.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Треугольник. Медиана, биссектриса, высота, их свойства. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы. Углы с вершинами внутри и вне круга. Их измерение. Углы с соответственно параллельными и перпендикулярными сторонами.

Формулы площади треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности, длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Правильные вписанные и описанные многоугольники. Выражение сторон правильных многоугольников через радиусы вписанной и описанной окружностей.

Подобие. Подобные многоугольники. Отношение периметров и площадей подобных многоугольников.

Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

Свойства и графики функций $y = kx + b$, $y = k / x$, $y = ax^2 + bx + c$

Свойства корней квадратного трехчлена. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Тригонометрия

Определение, свойства и графики функции $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$.

Формулы приведения.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов.

Преобразование сумм синусов и сумм косинусов в произведения.

Тригонометрические функции двойного аргумента.

Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.

Геометрия

Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.

Расстояние между двумя точками плоскости.

Признаки равенства и подобия треугольников.

Сумма внешних и внутренних углов выпуклого многоугольника.

Решение треугольников (Сумма углов треугольника. Неравенство треугольников. Теорема Пифагора. Теорема синусов. Теорема косинусов.)

Признаки параллелограмма, ромба, трапеции, их свойства.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и ее свойства. Величина угла, вписанного в окружность.

Уравнение окружности.

Критерии оценивания, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания

В задании задачи разбиты на две части (B,C). Задачи B1-B20 считаются решенными, если на бланке ответов записан правильный ответ в виде целого числа или числа, записанного в виде конечной десятичной дроби.

В задачах B1-B10 каждая задача оценивается 3 баллами. В задачах B11- B20 каждая задача оценивается 5 баллами.

Задачи C1- C2 считаются решенными если на бланке ответов приведена подробная запись решения с обоснованием каждого этапа. Полное и обоснованное решение этих задач оценивается 10 баллами.

Минимальное количество баллов, подтверждающих успешное прохождение абитуриентом вступительного испытания по математике - 27 баллов.

Пример задания

В1. Вычислите

$$1,2 \left(\sqrt{5\frac{4}{9}} - \sqrt[3]{3\frac{3}{8}} \right).$$

В2. Вычислите

$$(\sqrt{13} - \sqrt{12})^2 + 4\sqrt{39}.$$

В3. Найдите значение выражения

$$\frac{2}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \frac{2a^{\frac{1}{2}}}{a - b} \text{ при } a = 7, b = 9.$$

В4. Найдите больший корень квадратного уравнения

$$x^2 - 5x + 6 = 0.$$

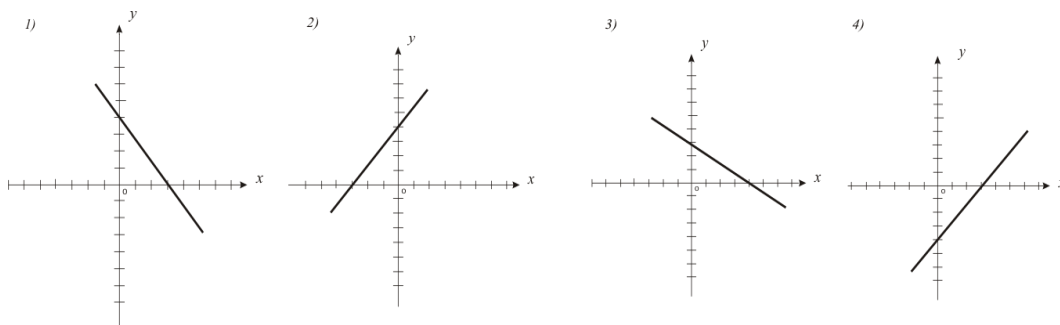
В5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{81}\right)^{0,5x-1} = 9.$

В6. В прямоугольном треугольнике катет, прилежащий углу α , равен 4 см. Определите $\operatorname{tg}^2 \alpha$, если гипотенуза треугольника равна 8 см.

В7. Вычислите $\sin 75^\circ \cdot \sin 15^\circ.$

В8. Вычислите выражение $\frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}$ при $\alpha = \frac{\pi}{4}.$

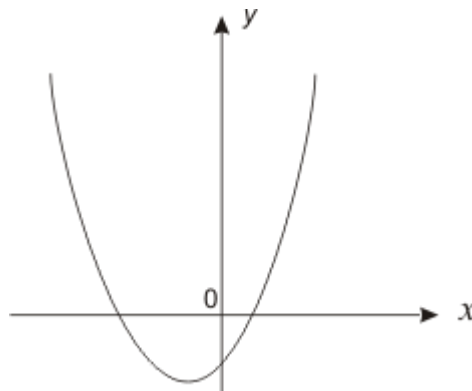
В9. Укажите номер по порядку графика, изображающего прямую на плоскости, описываемую уравнением $3x + 4y - 12 = 0$



В10. Укажите номер по порядку отношения, справедливого для параболы

$y = ax^2 + bx + c$, изображенной на рисунке

$(D = b^2 - 4ac).$



1) $ac < 0$ 2) $ac > 0$ 3) $aD < 0$ 4) $Dc > 0$

В11. Найдите корень (или сумму корней, если их несколько)

уравнения $\frac{x+1}{x-3} = -1$.

В12. Найдите корень (или среднее арифметическое корней, если их несколько)

уравнения $|2-x| + 3 = 5$.

В13. Найдите корень (или сумму корней, если их несколько)

уравнения $\sqrt{10-3x} = x$.

В14. Найдите произведение $x_0 \cdot y_0$, если (x_0, y_0) есть решение системы уравнений

$$\begin{cases} 3x - y = 7, \\ x + 4y = -2 \end{cases}$$

В15. Найдите сумму целых решений неравенства

$\frac{1}{x+5} < \frac{1}{3}$ на отрезке $[-6; 0]$.

В16. Цена товара была увеличена на 50%, а затем уменьшена на 20%. Найдите цену товара, если его начальная цена была 120 руб.

В17. Вычислите $\log_{\sqrt{6}} \frac{1}{6}$.

В18. Вычислите $4^{\log_8 9 \cdot \log_{16} 8}$.

В19. Найдите площадь треугольника, одна из сторон которого равна 8 см, а высота, опущенная на эту сторону равна 6 см.

В20. В окружности радиуса 6 см вписанный угол опирается на дугу 5π см. Найдите величину этого угла в градусах.

С1. Найти значение параметра m , при котором сумма квадратов действительных корней уравнения $x^2 + 2(4m-1)x + 4m+1 = 0$ будет наименьшей.

С2. В треугольнике ABC BD – медиана, $|BD| = |AB| \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$, а $\angle DBC = \frac{\pi}{2}$.

Найти величину угла ABD . Ответ запишите в градусах.